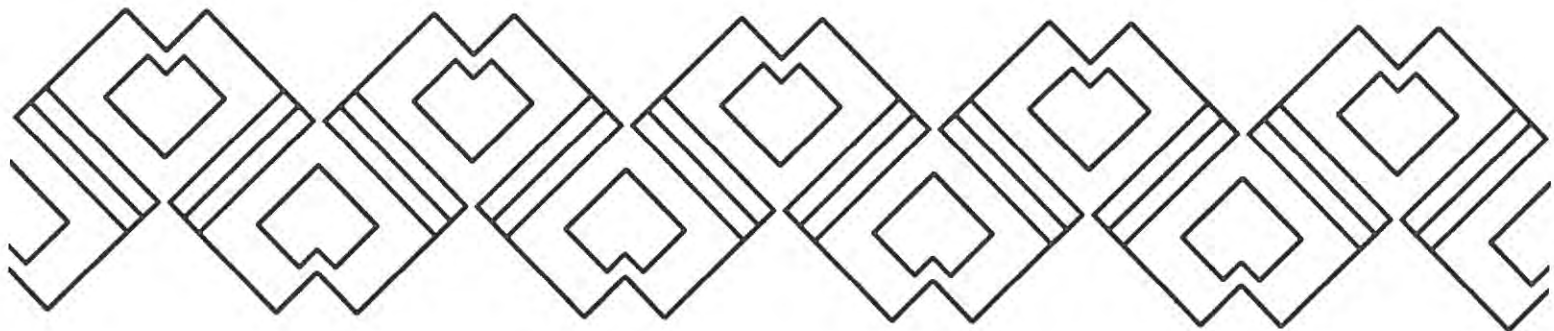


# 17 Ebenengruppen

Geometrie begreifen



Benedikt Jährling

Nahezu alle Dinge auf der Welt lassen sich von verschiedenen Seiten betrachten. So auch die Geometrie, sie lässt sich beispielsweise in ihre mathematischen Grundlagen und deren visuelle Ausprägungen einteilen. Die vorliegende Arbeit versucht den Mittelweg.

Durch das Verstehen des Einen begreift man das Andere und umgekehrt. Nicht zuletzt wandelt man durch diese Beschäftigung mit einem Bereich der Geometrie auf Pfaden, die in der Kunst bereits seit Jahrhunderten betreten werden.

Die vorliegende Arbeit entstand 2013/14 an der Hochschule für Künste Bremen  
im Studiengang Integriertes Design

Betreut durch Prof. Oliver Niewiadomski, Fachgebiet Konstruktive Geometrie.  
Realisierung in den Werkstätten der Hochschule für Künste Bremen.

## Arbeit „17 Ebenengruppen“

Ausgangslage für die Arbeit „17 Ebenengruppen“ war der Versuch, das beschriebene mathematische Prinzip Laien und Interessierten begreifbar zu machen. Die Arbeit konzentriert sich daher auf die visuelle Ausprägung des mathematischen Sachverhalts und macht ihn so begreif- und nachvollziehbar.

Dafür werden die 17 möglichen Muster-Arten mit einem Laser auf 30x30 cm großen Holzbrettern eingraviert. Die Muster sind alle selbst entworfen und berücksichtigen dabei sowohl Ästhetik, vor allem aber auch eine gute Lesbarkeit, im Sinne der Arbeit. Die sechs verschiedenen mathematischen Optionen Spiegelung, Gleitspiegelung, zwei-, drei-, vier- und sechsfache Drehung, über die die Muster definiert werden, sind durch transluzente Kunststoffelemente repräsentiert. Zur Einordnung eines Musters untersucht man es auf diese Optionen und markiert ihre Orte mit den entsprechenden Spielsteinen.

So bekommt die Arbeit die Anmutung eines Brettspiels, das das an sich komplexe Phänomen der 17 Symmetriegruppen auf einfache Weise erklärt und ein Anstoß für weitergehende Beschäftigung mit der Welt der Geometrie und damit auch der Mathematik sein kann.

# Die 6 mathematischen Optionen

Spiegelachse



Gleitspiegelachse



2-fache Drehung



3-fache Drehung

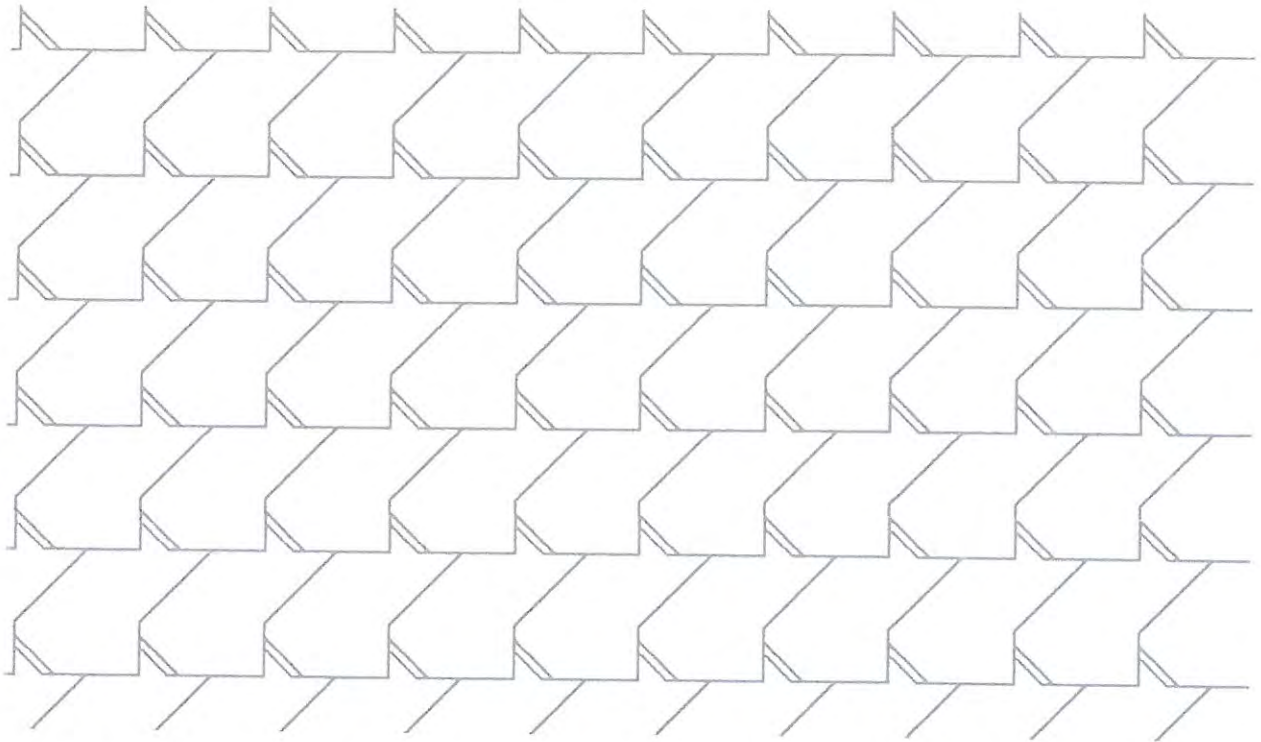


4-fache Drehung

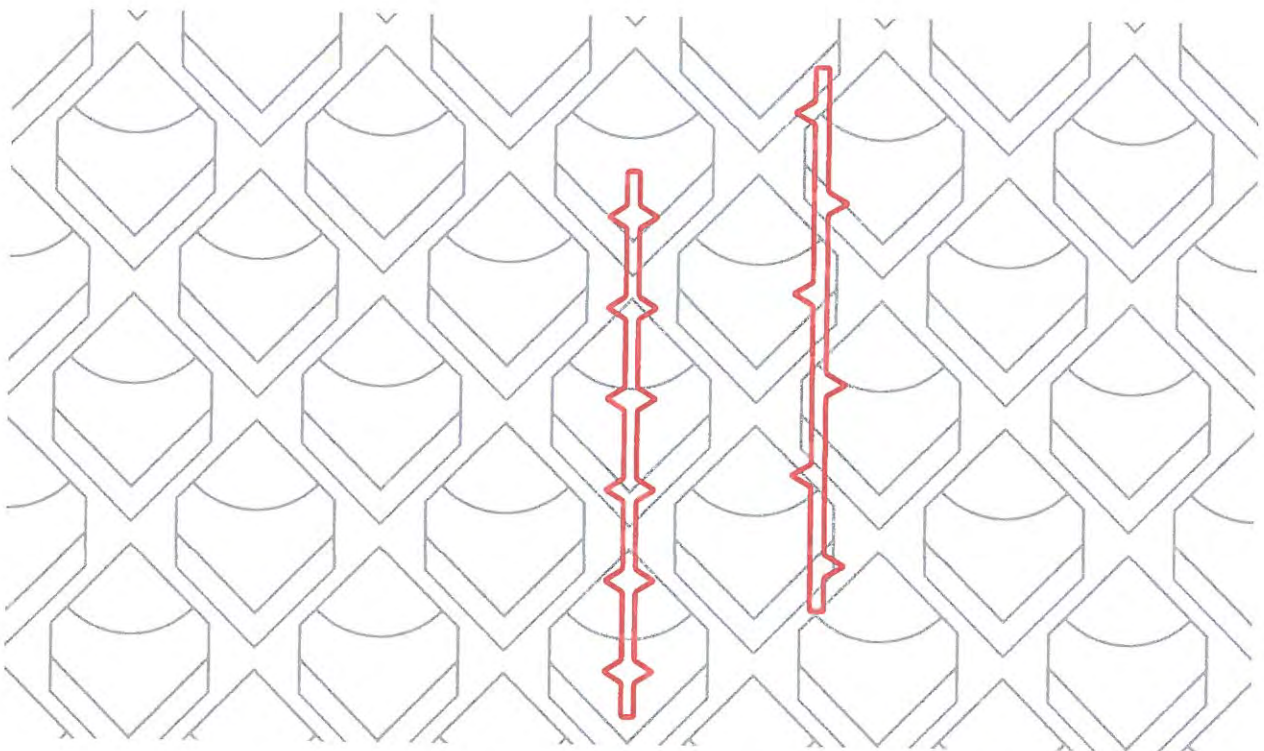


6-fache Drehung

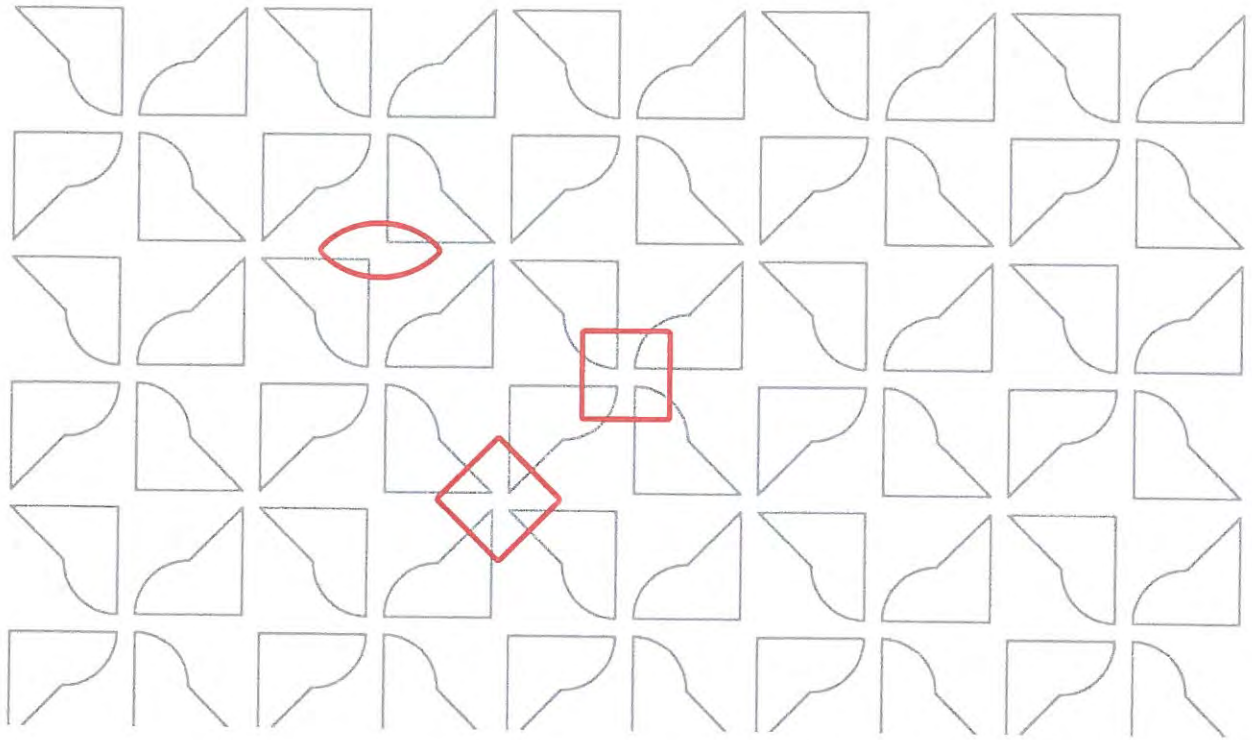




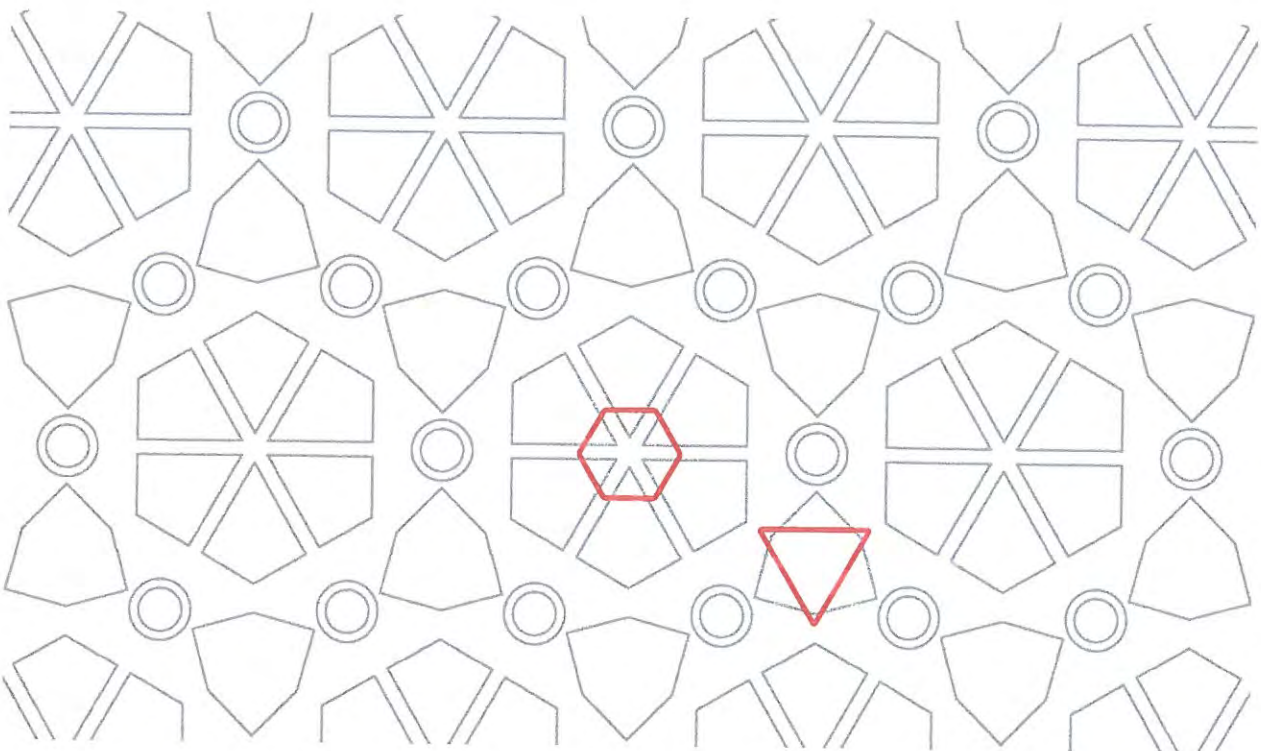
Die Musterguppe  $p_1$  enthält weder Spiegelachsen noch Rotationssymmetrien, sie entsteht ausschließlich durch Wiederholung eines Grund-Motivs



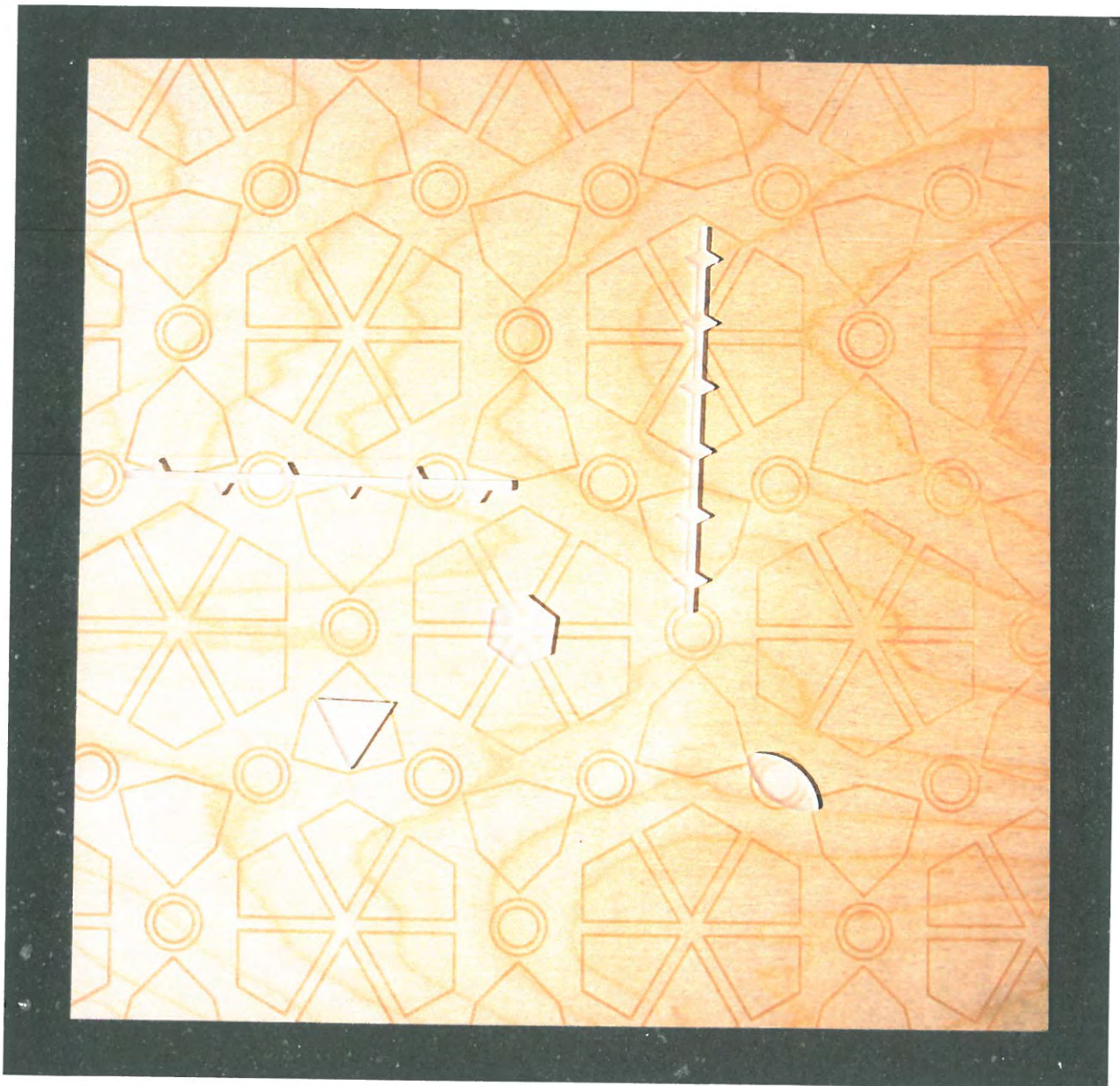
Die Musterguppe  $cm$  enthält eine Spiegel- und eine Gleitspiegelachse



Die Musterguppe  $p_4$  enthält zwei 4-fache und ein 2-faches Rotationszentrum



Die Musterguppe  $p_{6m}$  enthält ein 3-faches und ein 6-faches Rotationszentrum  
(weitere Rotationszentren und Spiegelachsen wurden der Übersicht halber hier ausgelassen)

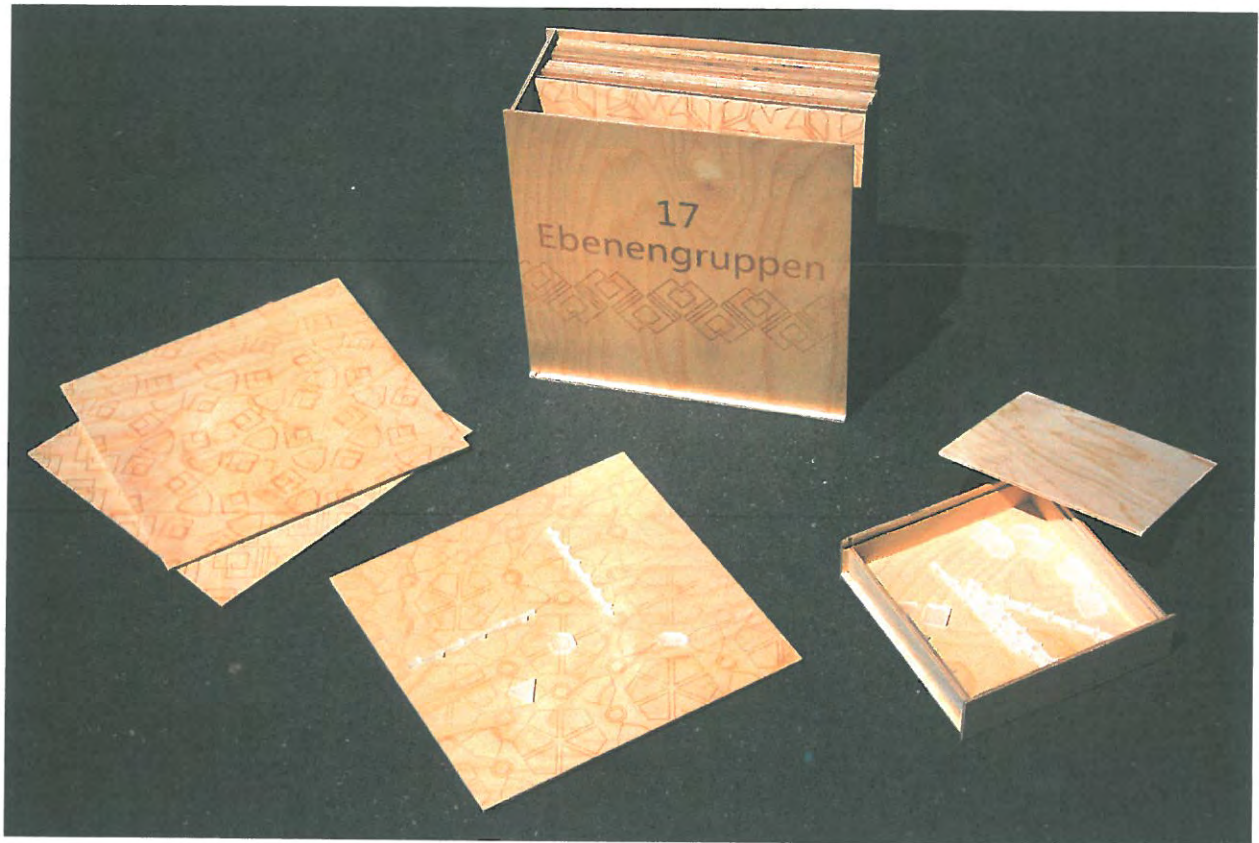


Die Transluzenz der Symbole verhindert das Verdecken des Musters,  
trotzdem bleiben sie gut erkennbar

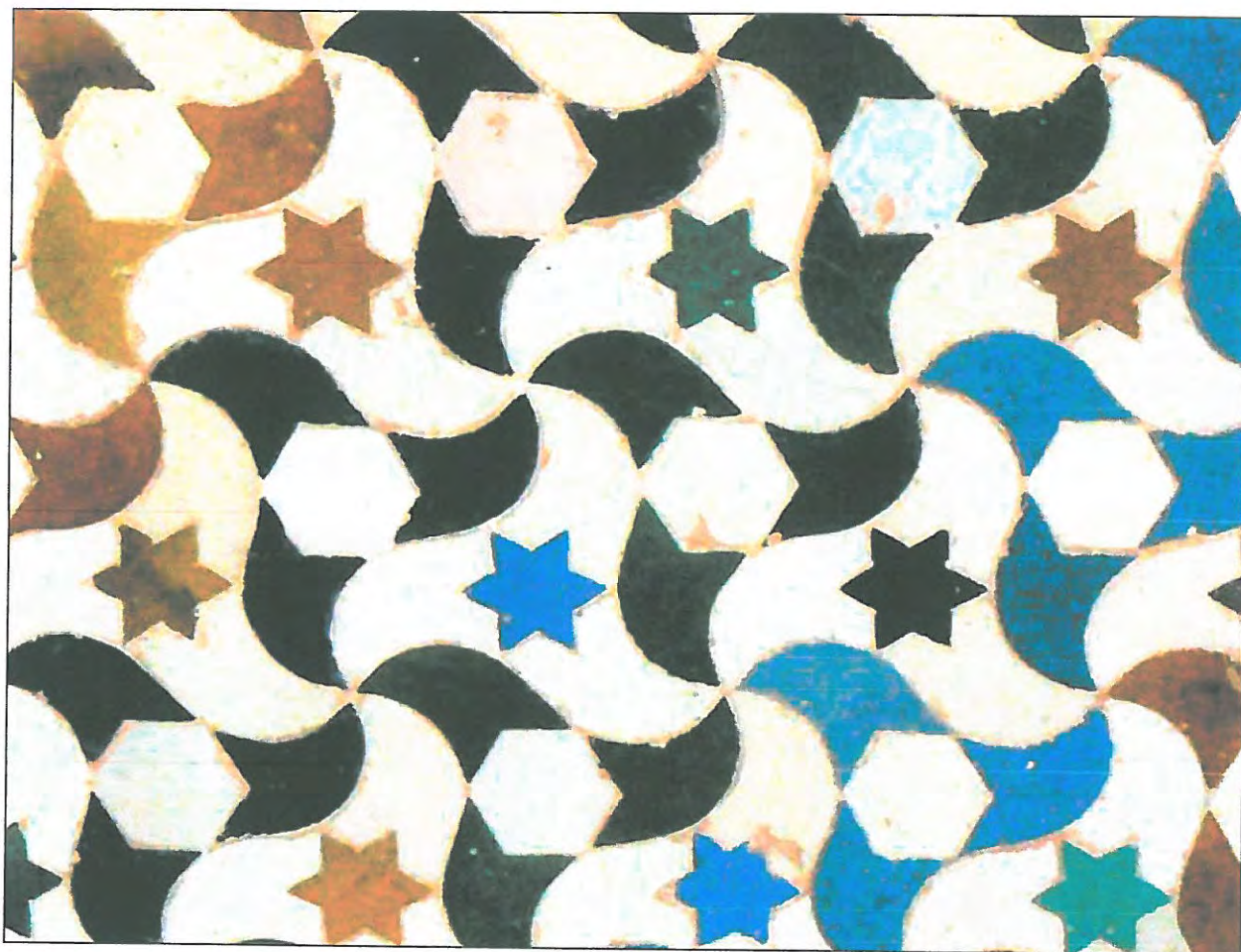


Alle 17 Muster sind so entworfen, dass sie neben der Ästhetik auch berücksichtigen,  
wie gut sich die verschiedenen Symmetrien finden lassen

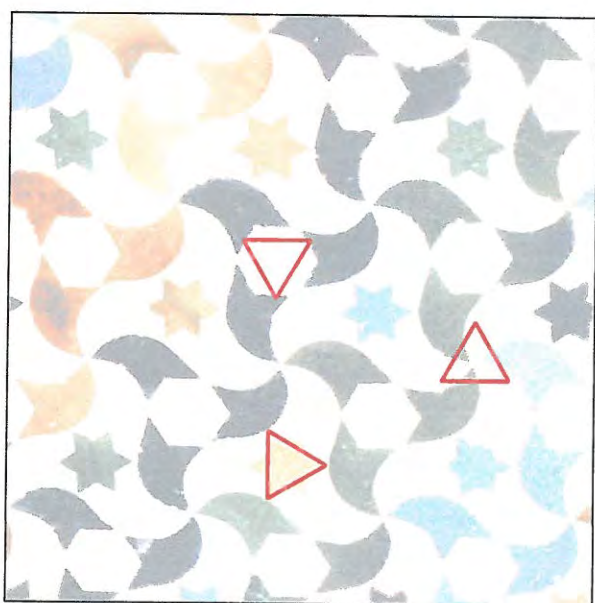




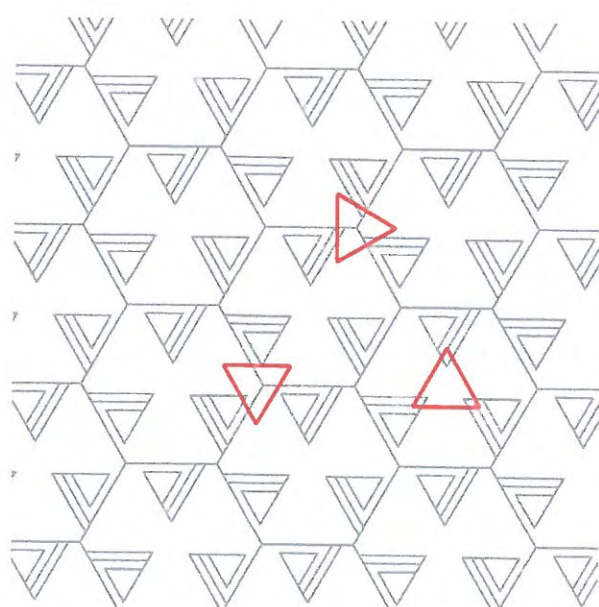
Die 17 Mustervariante, die Spielsteine und ein Brett mit Anleitung und Auflösung lassen zusammen in einem Schuber verstauen



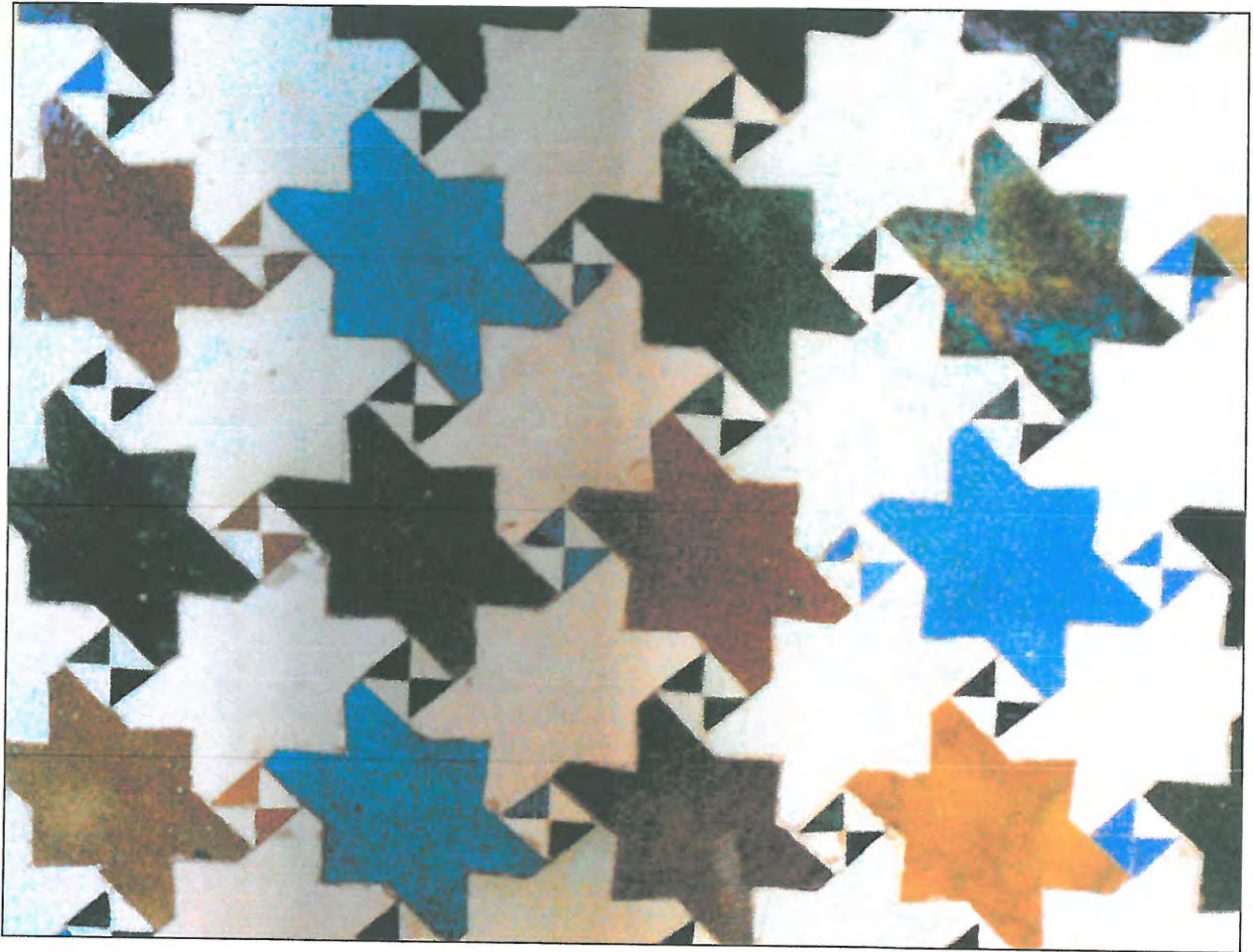
Ein Muster der Gruppe  $p3$  aus dem Palast Alcázar von Sevilla



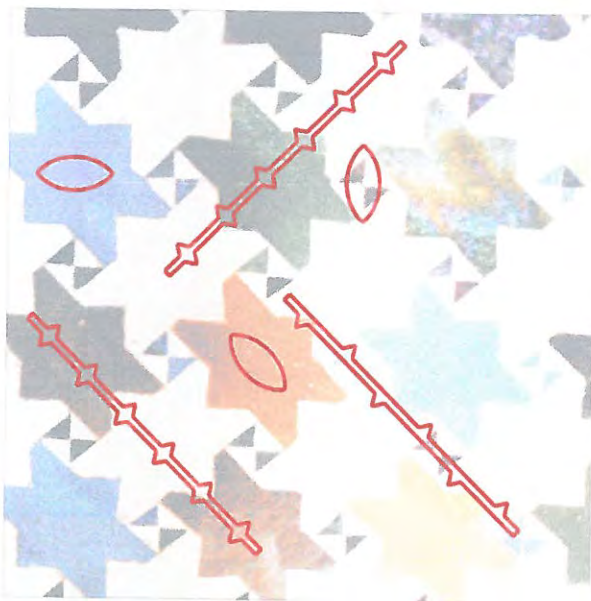
Die drei Rotationszentren der  $p3$ -Gruppe



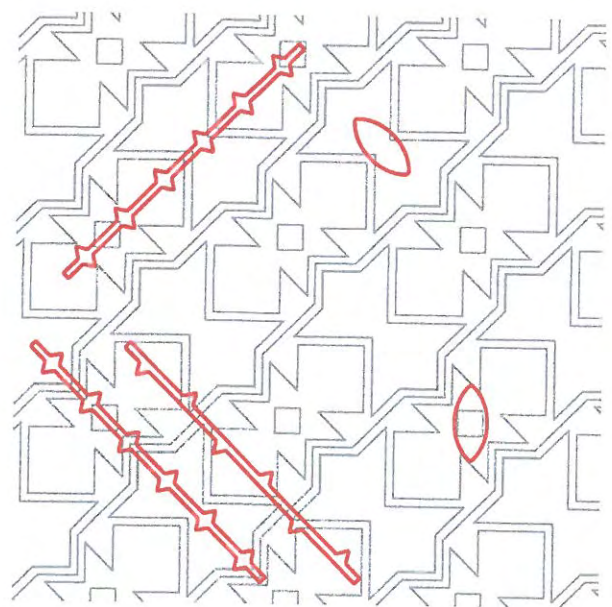
Die  $p3$ -Gruppe der Arbeit „17-Ebenengruppen“



Ein Muster der Gruppe  $p3$  aus der Alhambra im spanischen Granada



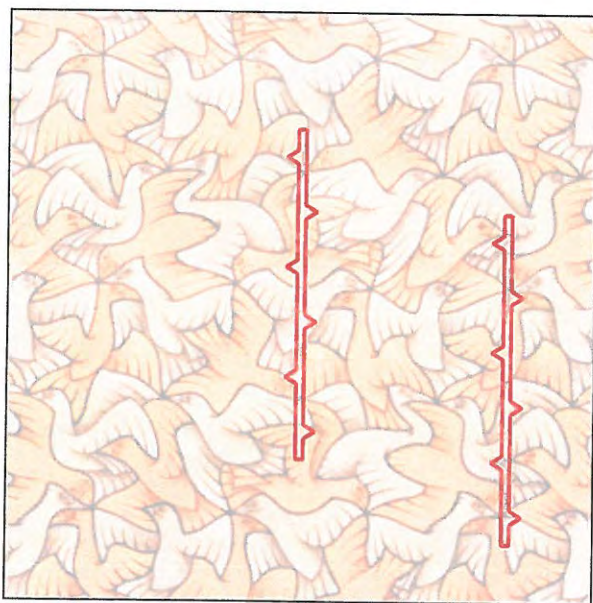
Die Gruppe  $cmm$  enthält zwei Spiegelachsen, eine Gleitspiegelachse und drei 2-fache Drehzentren



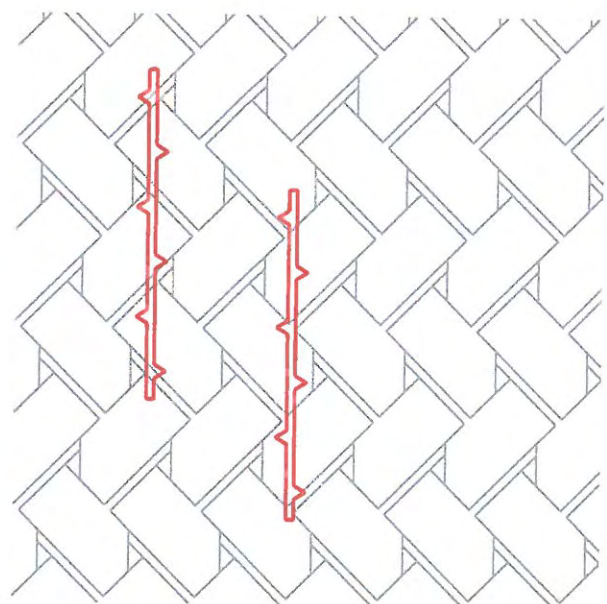
Die  $cmm$ -Gruppe der Arbeit „17-Ebenengruppen“



Die Zeichnung „Twelve Birds“ (April 1948) von M.C. Escher basiert auf der Symmetriegruppe pg



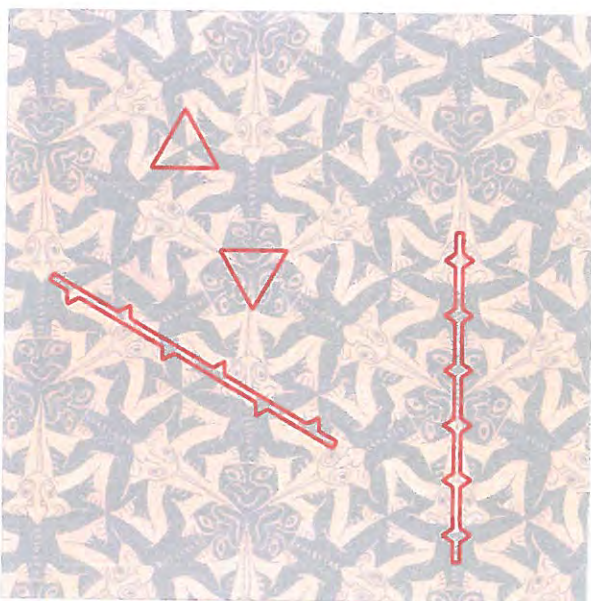
In der Gruppe pg sind lediglich zwei Gleitspiegelachsen vorhanden



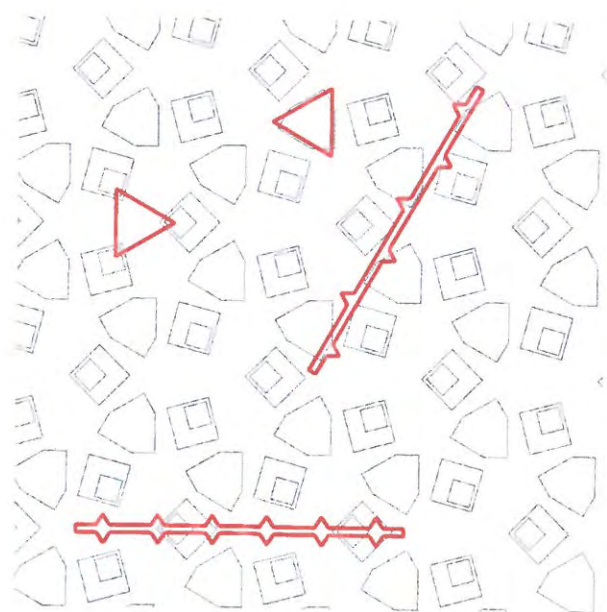
Die pg-Gruppe der Arbeit „17-Ebenengruppen“



Eine Zeichnung ohne Titel M.C. Eschers, die sich der Gruppe  $p31m$  zuordnen lässt



Die zwei 3-fachen Rotationszentren sowie die Spiegel- und Gleitspiegelachse der Gruppe  $p31m$



Die  $cmm$ -Gruppe der Arbeit „17-Ebenengruppen“

## Bildnachweis

:Muster aus Alcázar:

<http://euler.slu.edu/escher/upload/6/63/AlhambraWall2.jpg> (12/2014)

Muster aus der Alhambra:

<http://euler.slu.edu/escher/upload/6/63/AlhambraWall2.jpg> (12/2014)

„Twelve Birds“ von M.C. Escher:

[http://leggypeggy.files.wordpress.com/2013/06/img\\_3507.jpg](http://leggypeggy.files.wordpress.com/2013/06/img_3507.jpg) (12/2014)

Zeichnung Eschers ohne Titel:

<https://www.math.washington.edu/~julia/mathday09/e53.jpg> (12/2014)